Révisions Noël 2018 – exercices résolus

Exercices d'exécution

5ème 6h

1. Expliquer la construction des graphiques des fonctions suivantes en partant des graphiques des fonctions de base
Schématiser la fonction de base et f(x)
$f_1(x) = \sin(x - 3) + 2$
translation de 3 unités vers la droite (//ment à OX) et de 2 unités vers le haut (//ment à OY)

$f_2(x) = 3\cos(x + 1) - 4$
translation de 1 unité vers la gauche (//ment à OX) ; les ordonnées se multiplient par 3 (plus étroit) puis translation de 4 unités vers le bas (//ment à OY)

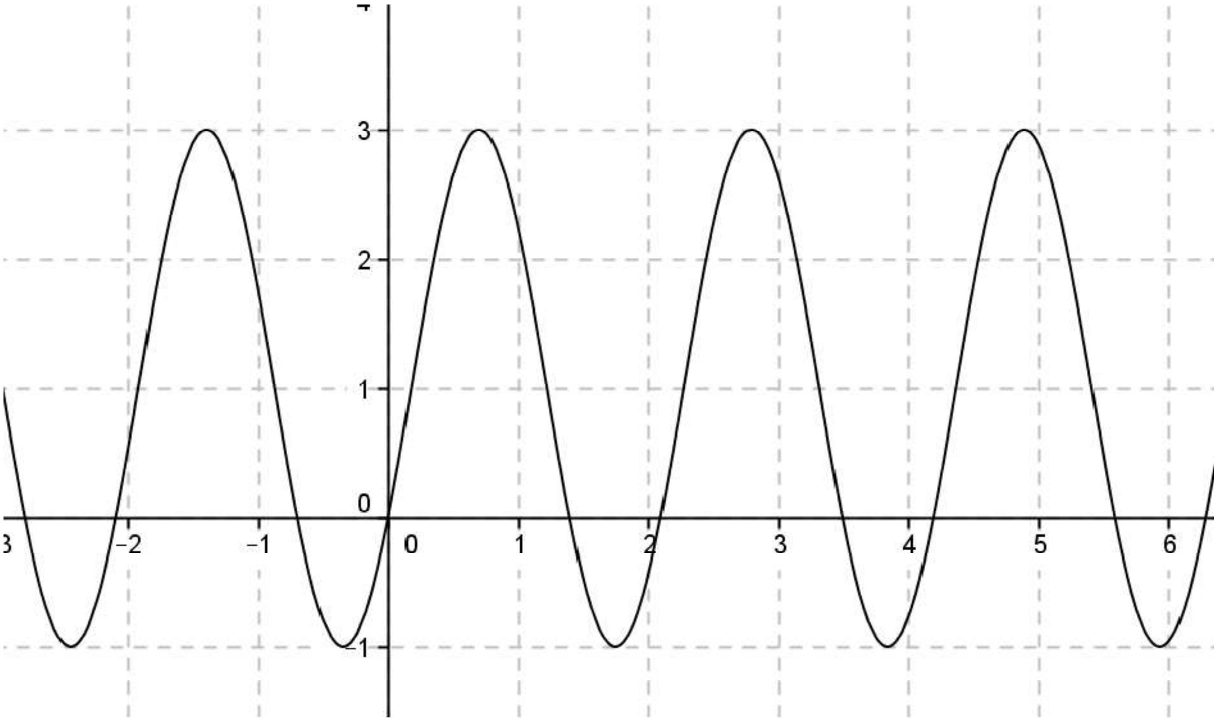
$f_3(x) = \text{tg}\,(x - \frac{2\pi}{5})$
translation de $\frac{2\pi}{5}$ unités vers la droite (//ment à OX)

$f_4(x) = -\text{tg}\,(3x)$
la période est divisée par 3 d'où p = π/3 et symétrie orthogonale d'axe OX

Donner
les min $(\frac{3\pi}{2} + 3 + k2\pi, 1)$ et max$(\frac{\pi}{2} + 3 + k2\pi, 3)$de $f_1(x)$
les P.I. $(\frac{\pi}{2} - 1 + k\pi, -4)$ et l'image [-7,-1] de $f_2(x)$
les asymptotes de $f_3(x)$A.V.$\equiv x = \frac{-\pi}{2} + k\pi$

la croissance : décroissantesur D,
concavité vers le haut sur $]-\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{3}, k\frac{\pi}{3}[$
concavité vers le bas sur $]k\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{3}[$
période = $\frac{\pi}{3}$

2. Soit f(t) = A sin (ωt + φ) + B dont voici le graphique



On demande

f(0)	l'amplitude	le déphasage	période
0	2	B = 1	
		2 sin (ω*0 + φ) + 1 = 0	$2{,}1 = \frac{2\pi}{3}$
		2 sin φ = -1	
		sin φ = -1/2	
		$\varphi = -\frac{\pi}{6}$	

$f(t) = 2 \sin (3\,t - \frac{\pi}{6}) + 1$

3. Soit $s_n = \frac{1}{n^2} + 2$

Ecrire les trois premiers termes

3 ; 9/4 ; 19/9

Donner la valeur de s_8

129/64

Rechercher « n » sachant que s_n = 1,0016

impossible

Que vaut la limite de s_n pour n tendant ,vers +∞

si n tend vers +∞ alors n² tend aussi vers +∞ et de là, 1/n² tend vers 0+

s_n tend vers $0^+ + 2 = 2^+$

Donner la définition correspondante

$$\lim_{n\to+\infty} s_n = 2$$

ssi

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \eta(\varepsilon) > 0 \; tel \; que \; \forall n \in N_0 \; et \; n > \eta : |s_n - 2| < \varepsilon$$

ou encore

$$\lim_{n\to+\infty} s_n = 2^+$$

ssi

$$\forall\varepsilon > 0, \exists\eta(\varepsilon) > 0 \ tel \ que \ \forall n \in N_0 \ et \ n > \eta : s_n - 2 < \varepsilon$$

4. Soit une P.A.

   On donne : $t_1 = \dfrac{3}{7}$; $t_5 = \dfrac{5}{8}$

   On demande : r ; t_9 ; S_6

   r = 11/224
   t_9= 0.82
   S_6= 3.3

5. Soit une P.G.

   On donne : $t_1 = \dfrac{3}{7}$; $t_2 = \dfrac{3}{14}$

   On demande : r ; t_4 ; S_4 ; P_5

   r = ½
   t_4 = 3/56
   S_4 = 45/56
   P_5= $(\frac{3}{7})^5(\frac{1}{2})^{10}$

6. Une population de poissons diminue de 2% par an. Quel pourcentage de la population actuelle restera-t-il dans 10 ans ?
   diminue de 2% d'où r = 0,98
   pop dans 10 ans = pop actuelle ; 0.98^{10}= pop actuelle . 0,82
   il restera 82% de la population actuelle

7. Un capital a été placé à intérêts capitalisables pendant 15 ans au taux annuel de 1,25 %. Le montant total (capital + intérêt) s'élève alors à 26000 €.
   Quel est le montant du capital qui avait été placé 15 ans auparavant ?
   $26000 = C_0 (1,0125)^{15}$
   C_0 = 21580,20 €

   Combien de temps devrait-on encore laisser l'argent à la banque pour avoir un total de 30000€ ?
   $30000 = 26000 . (1,0125)^n$

$$\frac{30}{26} = 1.0125^n$$

$$n = \frac{log 30/26}{\log 1.0125} = 11{,}5 \sim 12 \ ans$$

8. Quel capital vais-je obtenir en plaçant une annuité de 12000 € sur un compte au taux annuel de 4 % pendant 12 ans (capitalisation annuelle) ?

La première annuité de 12000 € donnera $12000.(1,04)^{12}$
La seconde annuité de 12000 € donnera $12000 \,.\, (1,04)^{11}$

Le capital final après 12 versements est
$12000.(1,04)^{12} + 12000 \,.\, (1,04)^{11} + \ldots + 12000\,(1,04)^{0}$
= 12000 * (somme de 13 termes d'une P.G. de raison 1,04 avec t_1 = 12)
$= 12000 * \frac{1,04^{13}-1}{0,04} = 199522$ €
A faire aussi dans excel

annuité en €	12000
1er versement 01/01/2018	2018
dernier versement 01/01/2025	2025
taux annuel en %	4

date versement: 01/01	montant	placé pendant	somme	somme totale
2018	12000	12	19212.38662	199522.0522
2019	12000	11	18473.44868	
2020	12000	10	17762.93142	par la formule:
2021	12000	9	17079.74175	199522.0522
2022	12000	8	16422.8286	
2023	12000	7	15791.18135	
2024	12000	6	15183.82822	
2025	12000	5	14599.83483	
2026	12000	4	14038.30272	
2027	12000	3	13498.368	
2028	12000	2	12979.2	
2029	12000	1	12480	
2030	12000	0	12000	

9. Le 1er janvier 2018, afin de remplacer sa voiture, Antoine décide d'emprunter 22000 € au taux annuel de 5% sur un crédit de 6 ans (annuité constante)
Calcule l'annuité, dresse le tableau général et précise le coût de cet emprunt

annuité =$22000 * \frac{0.05}{1-1.05^{-6}} = 4334.38€$

capital emprunté en €	22000
taux annuel en %	5
durée en années	6
annuité	4334.38

	date échéance	capital	intérêt	remboursement	annuité	capital à rembourser
						22000
31/12/	2018	22000.00	1100.00	3234.38	4334.38	18765.62
	2019	18765.62	938.28	3396.10	4334.38	15369.51
	2020	15369.51	768.48	3565.91	4334.38	11803.60
	2021	11803.60	590.18	3744.20	4334.38	8059.40
	2022	8059.40	402.97	3931.41	4334.38	4127.99
	2023	4127.99	206.40	4127.99	4334.38	0.00
					26006.31	

Rem : au lieu d'inscrire les années, on peut numéroter les versements
coût de l'emprunt = 26006,31 – 22000 = 4006,31 €

10. Le 01/01/2014, une société a acheté du matériel pour 20000 € à amortir sur 6 ans
Dresse le tableau d'amortissement

valeur initiale en €	20000
durée en années	6
amortissement linéaire en €	3333.33
taux linéaire en %	16.67
coef	1.75
taux dégressif en %	29.17

après ... ans	valeur	amortissement	am. cum.	valeur résiduelle	
				20000	
1	20000.00	5833.33	5833.33	14166.67	
2	14166.67	4131.94	9965.28	10034.72	
3	10034.72	2508.68	12473.96	7526.04	taux linéaire
4	7526.04	2508.68	14982.64	5017.36	
5	5017.36	2508.68	17491.32	2508.68	
6	2508.68	2508.68	20000.00	0.00	

11. Soit $s_n = \dfrac{6n}{3n+1}$

Par excel, on peut voir que $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n = 2^-$

n	sn
1	1.5
10	1.93548387
100	1.99335548
1000	1.99933356
10000	1.99993334
100000	1.99999333
1000000	1.99999933
10000000	1.99999993
100000000	1.99999999
1000000000	2
1E+10	2
1E+11	2

Ecrirela définition et trouver η.

$$\lim_{n\to+\infty} s_n = 2$$

ssi

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \eta(\varepsilon) > 0 \ tel\ que\ \forall n \in N_0\ et\ n > \eta : |s_n - 2| < \varepsilon$$

ou encore

$$\lim_{n\to+\infty} s_n = 2^-$$

ssi

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \eta(\varepsilon) > 0 \ tel\ que\ \forall n \in N_0\ et\ n > \eta : 2 - s_n < \varepsilon$$

$$2 - \frac{6n}{3n+1} < \varepsilon$$

2

$$\frac{6n+2-6n}{3n+1} < \varepsilon$$

$$\frac{3n+1}{2} > \frac{1}{\varepsilon}$$

$$n > \frac{2\varepsilon - 1}{3}$$

Par exemple, si $\varepsilon = 1/100$ alors $\mu(\varepsilon)$ =66.33

A partir du 67ème terme, les éléments de la suite se trouvent à une distance de 2 inférieure à 1/100

12. Soit $s_n = \frac{n^2}{n-2}$

Par excel, on peut voir que $\lim\limits_{n \to +\infty} s_n = +\infty$

Ecrire la définition et trouver η.(PES)

$$\lim_{n \to +\infty} s_n = +\infty$$

ssi

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \eta(\varepsilon) > 0 \ tel \ \ que \ \forall n \in N_0 \ et \ n > \eta : s_n > \varepsilon$$

13. Ecrire sous forme de fraction en justifiant : 5,232323…..

5,232323… = 5 + 23($\frac{1}{100} + \frac{1}{10000} + \cdots$)

on a la limite d'une somme des termes d'une P.G. de raison 1/100

Cette limite est donnée par $\frac{r}{1-r}$

ici, on a $\frac{\frac{1}{100}}{1-\frac{1}{100}} = \frac{1}{99}$

5,232323… = 5 + 23/99 = 518/99

14. Convertis dans l'autre unité de mesure et donne le N° du quadrant

325°	1,75 rad	$\frac{5\pi}{18}$
$\frac{65\pi}{36}$ 4ème Q	100,27° 2ème Q	50° 1er Q

15. Calcule l'aire du secteur intercepté par un angle inscrit de 25° dans un cercle de 62 cm de circonférence

angle inscrit = 25° d'où l'angle au centre = 50°

62 = 2 π r

r = 9,87 cm

$$\frac{s}{\pi 9.87^2} = \frac{50}{360}$$

s = 42,51 cm²